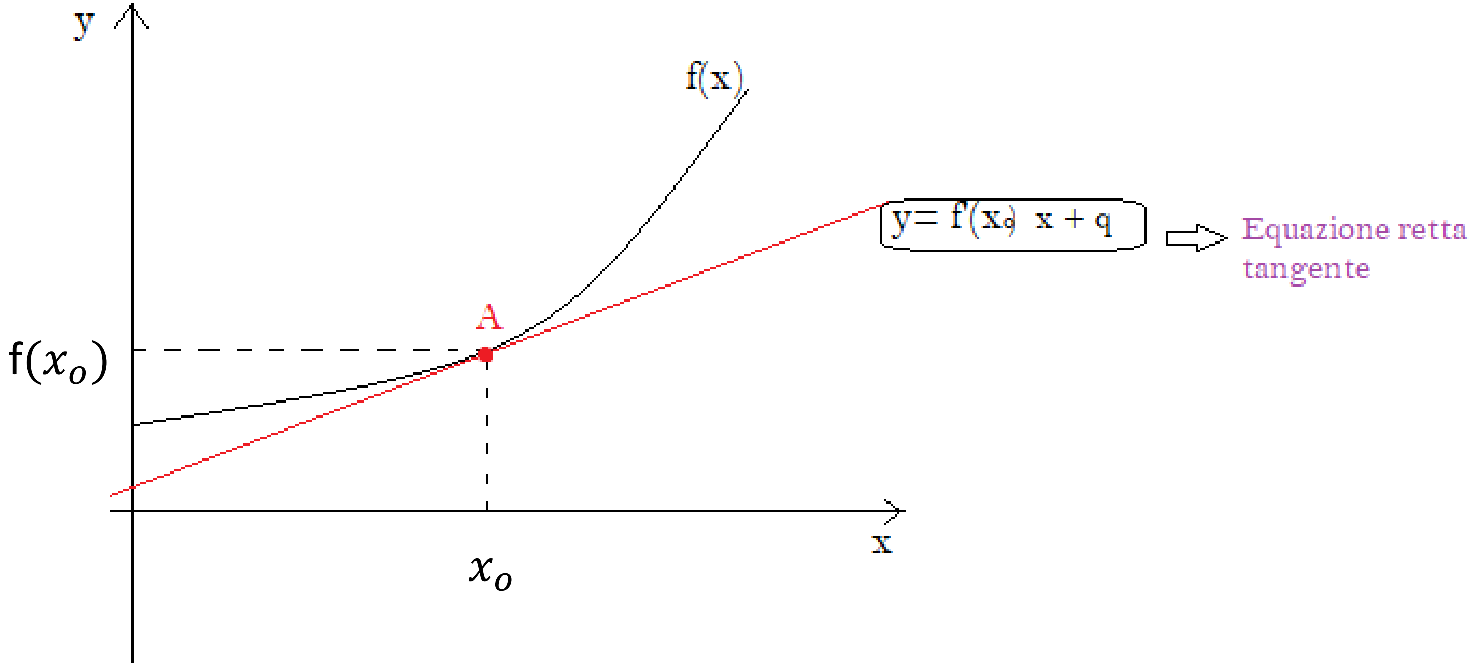
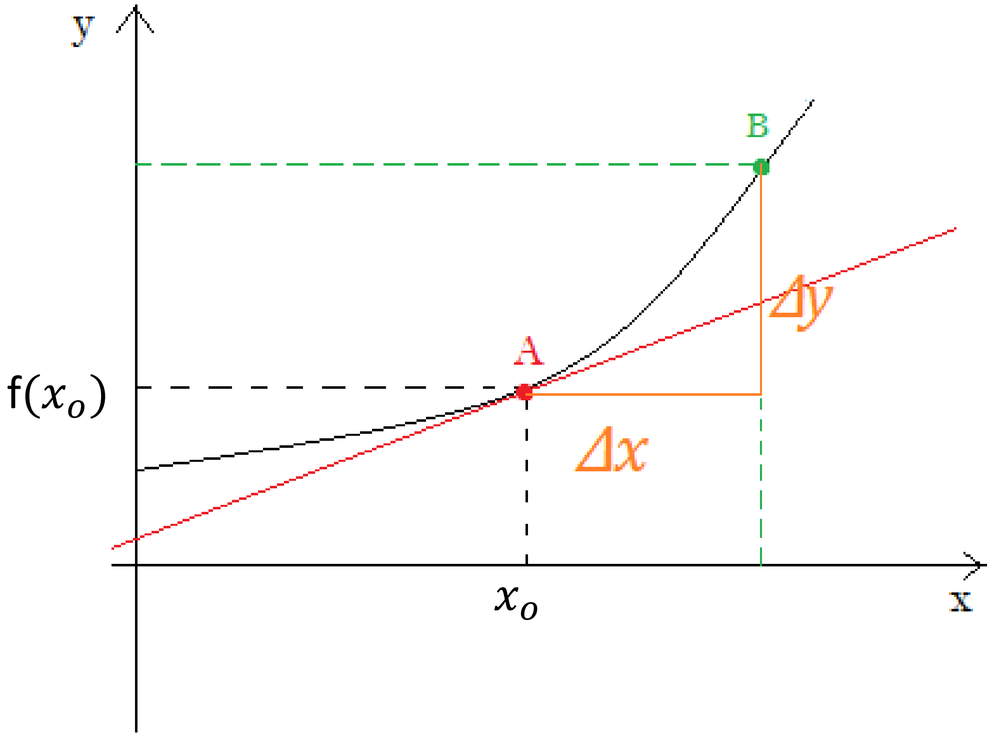
IL DIFFERENZIALE

- Qui verrà spiegato perché la derivata prima di una funzione si può scrivere come f’$(x_0) = \frac{dy}{dx}$.

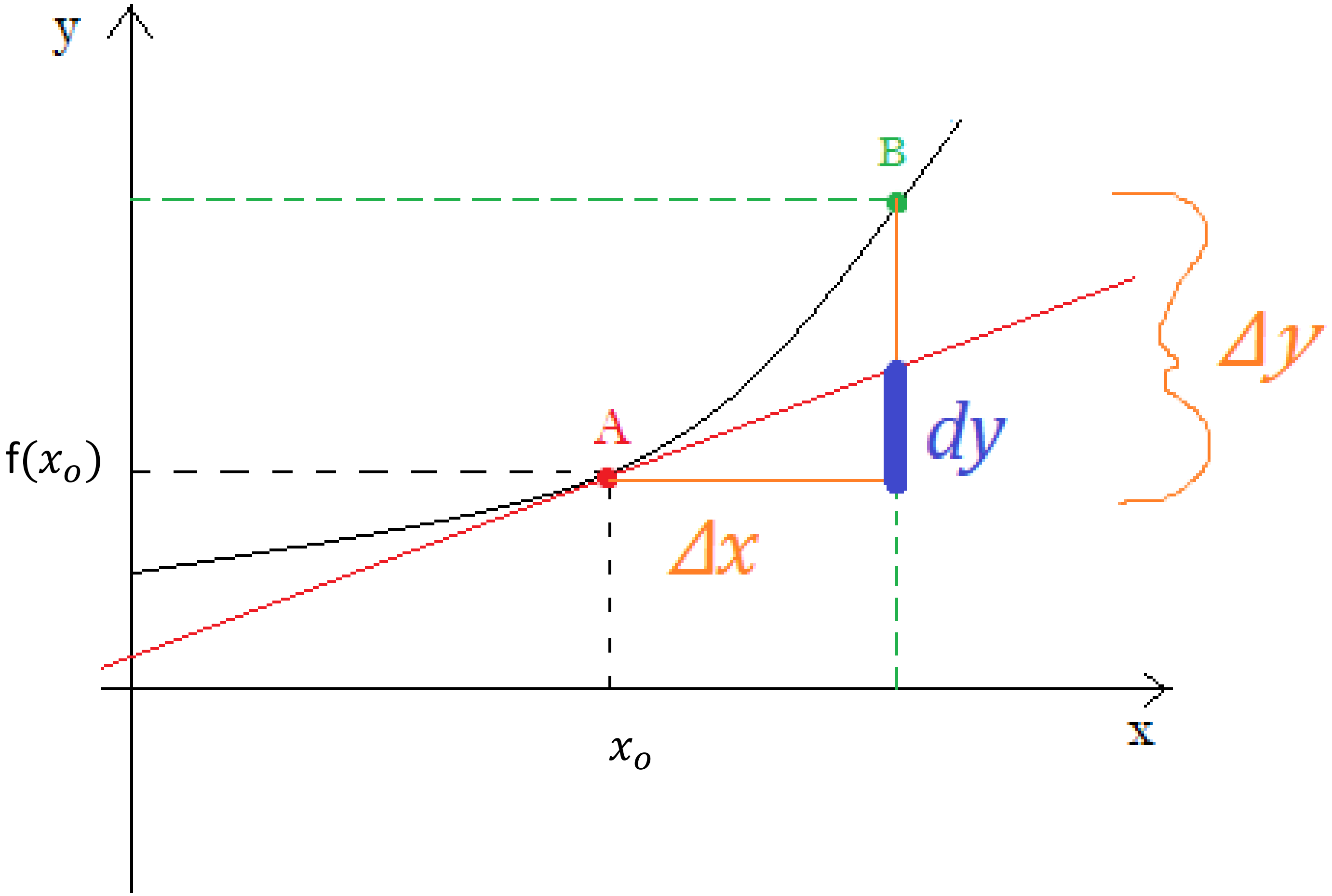
Considero una funzione f(x) definita in un certo intervallo e derivabile in tale intervallo. Prendo un punto A sulla funzione e traccio la retta tangente a questo punto.



Prendo un altro punto B sulla funzione e vado a tracciare gli incrementi Δx e Δy sulla funzione.

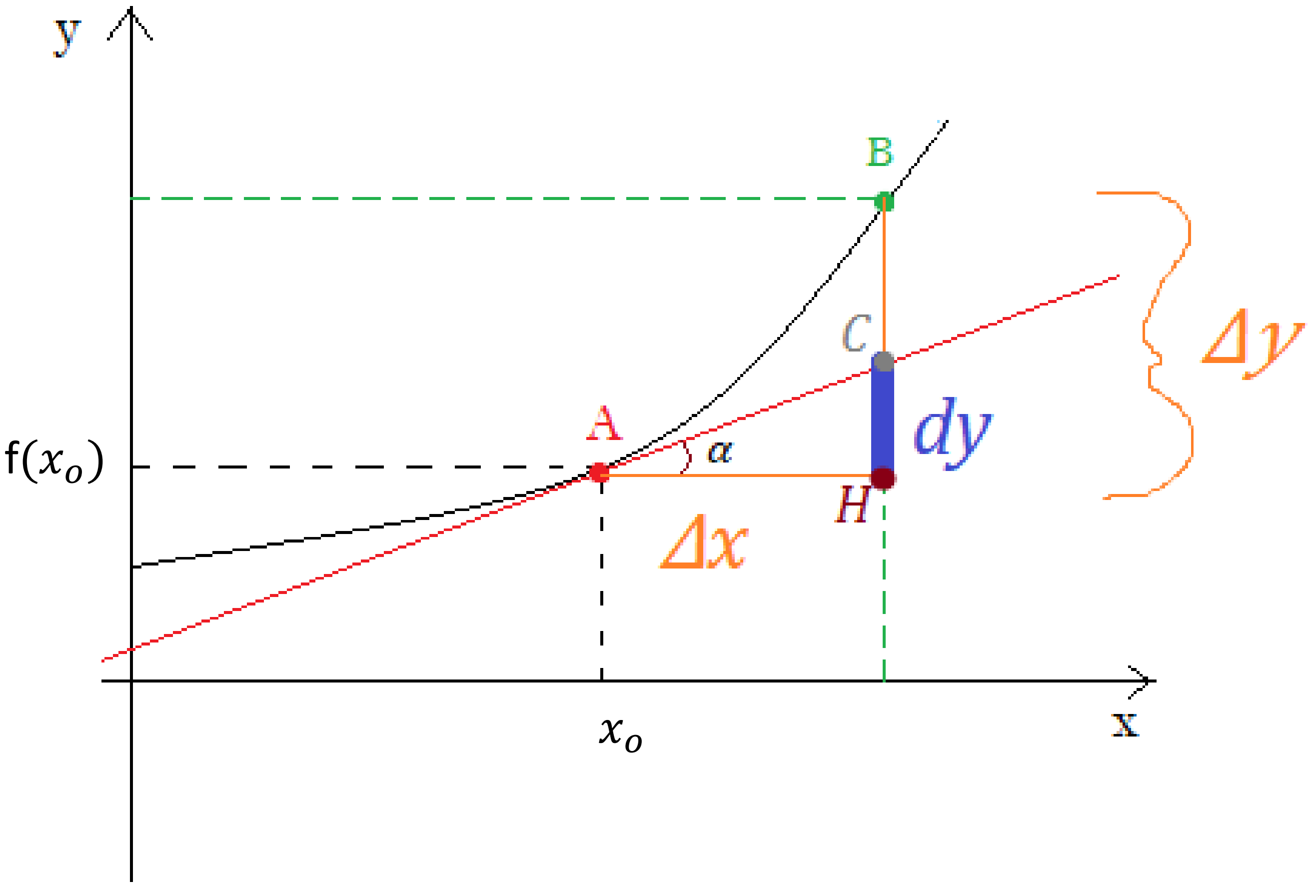


Fin qui nulla di nuovo.
Ora in questo grafico vado a considerare una nuova quantità , chiamata differenziale, che è la variazione di ordinata della retta tangente quando si passa da A a B. Graficamente è:



Il trattino in blu rappresenta il differenziale ed è proprio ***la variazione di ordinata della tangente alla curva***

Ora, vado a considerare i punti C e H come segue:



Ora teniamo conto delle seguenti cose:

- Il coefficiente angolare m = tg α, ma m è anche uguale a f’(x), quindi tg α = f’(x)
- Dalla trigonometria sappiamo che tg α = $\frac{dy}{\Delta x}$

Quindi:

dy = tg α Δx ⇒ dy = f’(x_0) Δx

DEFINIZIONE DI DIFFERENZIALE

Quindi:

- Il differenziale dal punto di vista *geometrico* è la variazione di ordinata della retta tangente alla curva quando si passa da un punto A ad un punto B.

- Il differenziale si definisce come :

$$dy = f'(x_0)\ \Delta x$$

…se considero un Δx infinitesimo, ossia una variazione estremamente piccola dell’ascissa x, la scrittura di prima si trasforma in :

$$dy = f'(x_0)\, dx$$

$$\Downarrow$$

$$f'(x_0) = \frac{dy}{dx}$$

Esercizi con il calcolo differenziale

Risolvo il problema a pag.1645 n.944

Utilizziamo la definizione di differenziale : dy = f'(x_0) dx

Come si applica?

Sappiamo che l'area del cerchio è A= πr^2 . Lo scopo del problema è quello di calcolare un aumento dA, quindi seguo la definizione di sopra, dove al posto di dy ci metto dA , poi al posto di dx ci va dr , infine al posto della f'(x) vado a fare la derivata di πr^2 :

$$dA = \underbrace{2\pi r}_{\text{Derivata } f'(x)}\, dr$$

…sostituendo i dati:

$$dA = 2\,\pi \cdot \underbrace{4}_{r}\, m \cdot \underbrace{0{,}002}_{dr}\ \mathrm{m} = 0{,}05\ m^2$$

Da fare problema n.945